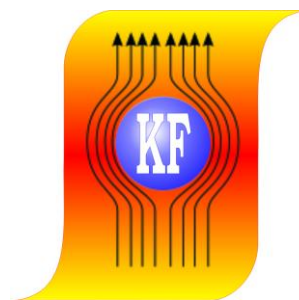
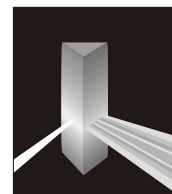


***KATEDRA FIZYKI***

***WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI  
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW  
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA***



***PRACOWNIA OPTYKI***



**ĆWICZENIE NR 0-11**

***WYZNACZANIE STAŁEJ VERDETA***

## I. Zagadnienia do przestudiowania

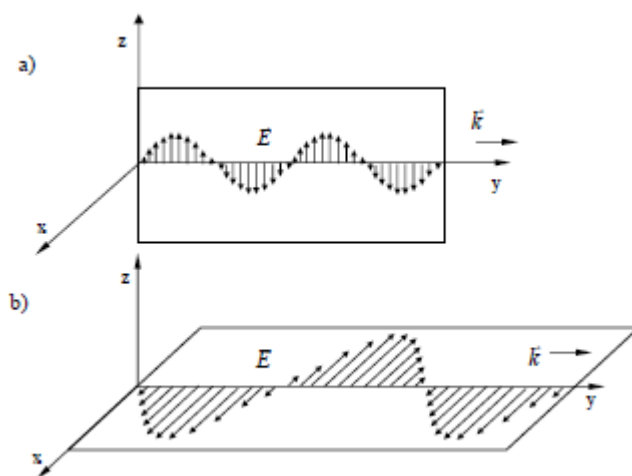
1. Polaryzacja światła
2. Rodzaje polaryzacji (liniowa, eliptyczna, kołowa)
3. Jakie są metody otrzymywania światła liniowo spolaryzowanego?
4. Dwójłomność kryształów
5. Na czym polega naturalna i wymuszona aktywność optyczna?
6. Metody pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji
7. Zjawiska magnetoptyczne
8. Na czym polega efekt Faradaya?
9. Klasyczna teoria efektu Faradaya
10. Efekt Halla

## II. Cel ćwiczenia

**Celem ćwiczenia** jest wyznaczeniu wartości stałej Verdetta dla kilku zakresów długości fali światła poprzez badanie efektu Faradaya, który polega na skręceniu płaszczyzny polaryzacji światła przy przejściu przez ośrodek poddany działaniu pola magnetycznego.

## III. Wprowadzenie teoretyczne

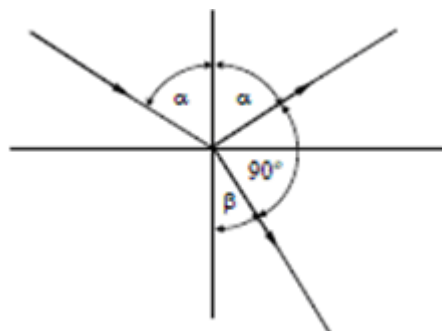
Zjawiska dyfrakcji, interferencji i polaryzacji świadczą o tym, że światło jest poprzeczną falą elektromagnetyczną. Fala ta jest opisana przez wektor natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$ , wektor indukcji pola magnetycznego  $\vec{B}$  oraz wektor falowy  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ , gdzie  $\lambda$  jest długością fali. Wektory te są do siebie prostopadłe. Jeżeli drgania fali świetlnej odbywają się w jednej płaszczyźnie, światło jest spolaryzowane liniowo.



Rys. 1. Fala spolaryzowana liniowo; wektor  $\vec{E}$  drga w płaszczyźnie yz (a), xy (b)

Światło może być również spolaryzowane kołowo lub eliptycznie. Jeśli koniec wektora natężenia pola elektrycznego fali zakreśla linię śrubową kołową lub eliptyczną, mówimy o świetle spolaryzowanym kołowo lub eliptycznie.

Światło spolaryzowane liniowo można otrzymać za pomocą polaryzatorów dwójłomnych, polaryzatorów odbiciowych oraz polaroidów. Można go także uzyskać przez odbicie od dielektryka. Jednak wiązka odbita na ogół nie jest spolaryzowana całkowicie. Polaryzację całkowitą wiązki odbitej można uzyskać dla jednej wartości kąta padania (tzw. kąta Brewstera).

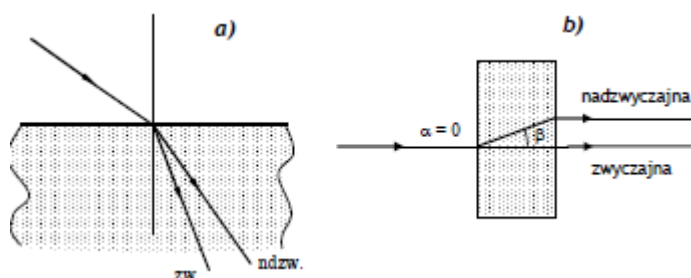


**Rys. 2 Całkowita polaryzacja światła podczas odbicia.  $\alpha$  - kąt padania,  $\beta$  - kąt załamania**

Wiązka odbita zostaje spolaryzowana całkowicie gdy jest prostopadła do wiązki załamanej. Kąt padania odpowiadający całkowitej polaryzacji określony jest więc równaniem:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin (90 - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (1)$$

Światło spolaryzowane można również uzyskać wykorzystując zjawisko podwójnego załamania, które ma miejsce w pewnej grupie kryształów, zwanych kryształami dwójłomnymi. Kryształy dwójłomne mają własność rozdzielania padającej wiązki na dwie wiązki załamane (rys. 3). Jedna z fal, zwana wiązką zwyczajną, ma zawsze stałą prędkość niezależną od tego w jakim kierunku rozchodzi się w kryształ. Wiązka ta ma zatem stały współczynnik załamania i spełnia prawo Snelliusa. Dla drugiej wiązki, zwanej nadzwyczajną, prędkość fali jest różna i zależy od kierunku w którym ta fala rozchodzi się w kryształ. Współczynnikiem załamania fali nadzwyczajnej nazywamy stosunek prędkości fali w próżni do prędkości fali nadzwyczajnej w kryształ. Prędkość wiązki nadzwyczajnej zależy od kąta jaki tworzy wiązka światła z pewnym wyróżnionym kierunkiem zwanym osią optyczną kryształu. Gdy wiązka biegnie wzdłuż osi optycznej kryształu, podwójne załamanie nie zachodzi; obie wiązki zwyczajna i nadzwyczajna rozchodzą się wtedy z jednakową prędkością. W miarę wzrostu kąta pomiędzy kierunkiem wiązki nadzwyczajnej i kierunkiem osi optycznej rośnie różnica między prędkością wiązki nadzwyczajnej a prędkością wiązki zwyczajnej, przybierając wartość ekstremalną dla kierunku prostopadłego do osi optycznej.



Rys.3 Podwójne załamanie wiązki w kryształ dwójłomnym.

Światło spolaryzowane liniowo przy wykorzystaniu ciał dwójłomnych uzyskuje się poprzez usunięcie jednego z promieni załamanych. Jednym z najbardziej znanych polaryzatorów dwójłomnych jest polaryzator skonstruowany przez szkockiego fizyka Nicola z kryształu kalcytu. Odpowiednio przecięty ten kryształ i skleiony balsamem kanadyjskim dzieli wiązkę padającą na dwie wiązki załamane i powoduje całkowite wewnętrzne odbicie wiązki zwyczajnej. Wiązka zwyczajna po całkowitym wewnętrznym odbiciu pada na wyczernione boczne ścianki pryzmatu Nicola (nazywanego nikolem) i zostaje w nich pochłonięta. Wiązka nadzwyczajna ulega tylko nieznacznemu osłabieniu przez odbicie, przechodzi przez warstwę balsamu kanadyjskiego i wychodzi z nikola równoległe do kierunku, w którym padła. Wiązka ta jest spolaryzowana liniowo.

## Zjawisko aktywności optycznej

### a) Naturalna aktywność optyczna

Oprócz zjawiska dwójłomności pewne kryształy mogą wykazywać w stosunku do światła liniowo spolaryzowanego pewną inną właściwość. Jeśli promień światła biegnie w kierunku osi optycznej np. płytki kwarcowej, światło wychodzące z niej jest spolaryzowane liniowo, lecz jego płaszczyzna drgań jest skręcona o pewien kąt w stosunku do płaszczyzny drgań fali padającej na płytkę. Ciała wykazujące takie właściwości nazywamy ciałami optycznie czynnymi, a samo zjawisko nazywamy aktywnością optyczną. Aktywność optyczną wykazują również niektóre ciecze, np. terpentyna, nikotyna. Aktywność optyczną wykazują też roztwory ciał stałych w cieczach optycznie nieczynnych np. roztwór cukru w wodzie.

### b) Aktywność optyczna wywołana polem magnetycznym.

Zjawisko aktywności optycznej może być wymuszone np. polem magnetycznym. Ciała, które w nieobecności pola magnetycznego nie są aktywne optycznie, po umieszczeniu w polu magnetycznym skręcają płaszczyznę polaryzacji. Zjawisko to zostało odkryte w 1845 r. przez Faradaya, który ustalił, że kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji  $\beta$  jest proporcjonalny do indukcji pola magnetycznego  $B$  i do długości drogi  $d$  światła przechodzącego przez badaną substancję. Skręcenie płaszczyzny polaryzacji zależy od kąta pomiędzy kierunkiem rozchodzenia się światła a kierunkiem wektora indukcji magnetycznej i jest największe, gdy światło biegnie równoległe do kierunku wektora indukcji

### Ćwiczenie O-11: Wyznaczanie stałej Verdet

magnetycznej. Zakładając, że kierunek rozchodzenia się światła jest równoległy do wektora indukcji magnetycznej  $B$ , kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji można opisać wzorem:

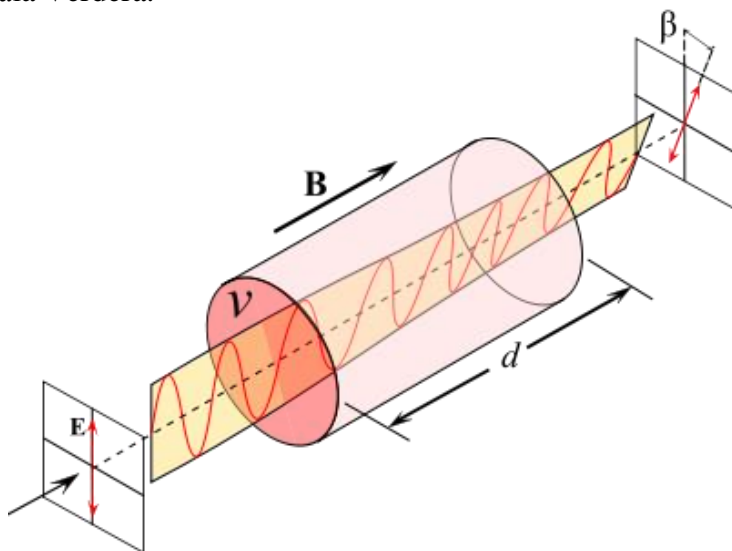
$$\beta = VBd \quad (2)$$

gdzie:  $\beta$  - kąt skręcenia (w radianach),

$B$  - indukcja magnetyczna w kierunku rozchodzenia się światła (w teslach),

$d$  - długość na jakiej światło oddziałuje z polem magnetycznym (w metrach),

$V$  - stała Verdera.



Rys. 4 Skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła

Wartość stałej Verdet zależy bardzo silnie od długości fali świetlnej, gęstości ośrodka oraz temperatury. Znak stałej Verdet uważa się za dodatni, jeżeli skręcenie płaszczyzny jest zgodne z krążeniem prądu w solenoidzie wytwarzającym pole magnetyczne. Inaczej mówiąc, jeśli obserwator patrzący w kierunku pola magnetycznego widzi skręcenie płaszczyzny polaryzacji w prawo, to takie materiały nazywamy prawoskrętnymi albo dodatnimi. Gdy obrót następuje w lewo, to substancję nazywamy lewoskrętną albo ujemną. Dla większości materiałów skręcenie płaszczyzny polaryzacji następuje w prawo. Zaliczają się do nich wszystkie substancje diamagnetyczne i paramagnetyczne.

Stała Verdet jest funkcją długości fali  $\lambda$  oraz współczynnika załamania  $n(\lambda)$  i może być przedstawiona przez poniższy wzór empiryczny:

$$V(\lambda) = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{n^2(\lambda) - 1}{n(\lambda)} \left( A + \frac{B}{\lambda^2 - \lambda_0^2} \right) \quad (3)$$

gdzie:

$$A = 15,71 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{T}}; \quad B = 6,34 \cdot 10^{-19} \frac{\text{rad} \cdot \text{m}^2}{\text{T}}$$

oraz

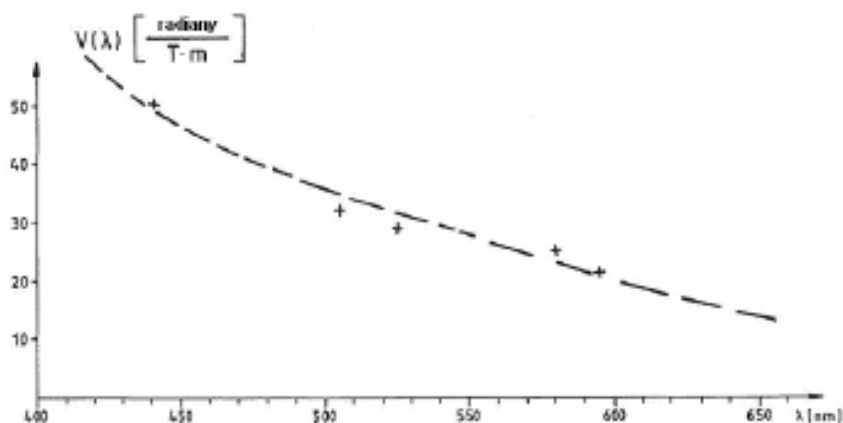
$$\lambda_0 = 156,4 \text{ nm}; \quad n \sim 1,84 (440 \text{ nm}); \quad n \sim 1,80 (660 \text{ nm})$$

## Ćwiczenie O-11: Wyznaczanie stałej Verdet

Wartość stałej Verdet,  $V$  dla różnej długości fal przechodzących przez szkło flintowe zestawiono w poniższej tabeli oraz przedstawiono na rys.5.

	$V(\lambda)W$ $\left[ \frac{\text{stopnie}}{T \cdot m} \right]$	$V(\lambda)W$ $\left[ \frac{\text{stopnie}}{T \cdot m} \right]$
Filtr barwy $\lambda = 440$ nm	2857	49,8
Filtr barwy $\lambda = 505$ nm	1825	31,8
Filtr barwy $\lambda = 525$ nm	1647	28,7
Filtr barwy $\lambda = 580$ nm	1428	24,9
Filtr barwy $\lambda = 595$ nm	1210	21,1

Punkty oznaczone „+++” na rysunku przedstawiają wartości stałej Verdet wyznaczonej doświadczalnie dla długości fal równych 440 nm, 505 nm, 525 nm, 580 nm oraz 595 nm.



**Rys. 5. Stałe Verdet w funkcji długości fali: + wartości zmierzone, --- wartości teoretyczne**

Zjawisko Faradaya jest wykorzystywane w technice laserowej oraz do modulacji światła, jak na przykład w tzw. migawkach magnetoptycznych i urządzeniach przepuszczających światło w jednym kierunku, a przeciwnym nie.

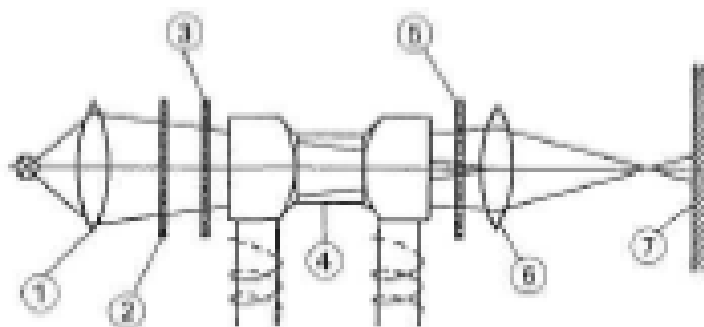
Dokładne przedstawienie teorii zjawiska Faradaya wymaga przeanalizowania ruchu elektronów w substancji przez którą przechodzi światło i na które działa dodatkowo siła Lorentza, pochodząca od zewnętrznego pola magnetycznego  $\vec{B}$ . Ten wymuszony przez pole  $\vec{B}$  w obecności fali elektromagnetycznej ruch elektronów zmienia własności dielektryczne substancji, a tym samym wpływa na zmianę współczynnika załamania, gdyż  $n = \sqrt{\epsilon}$ , gdzie  $n$  – współczynnik załamania oraz  $\epsilon$  – względna przenikalność dielektryczna substancji. Rozkładając falę świetlną spolaryzowaną liniowo na dwie fale spolaryzowane kołowo i przeciwnie można wykazać, że ruchy elektronów pod wpływem tych dwóch fal oraz pola  $B$  w konsekwencji dają dwa różne współczynniki załamania dla tych fal, a co za tym idzie wystąpienie skręcenia płaszczyzny polaryzacji po przejściu światła przez substancję, wynikające z opóźnienia jednej fali spolaryzowanej kołowo względem drugiej.

## IV. Zestaw pomiarowy

- Szklany pręt do zjawiska Faradaya
- Cewka, 600 zwojów
- Nabiegunniki, 1 para
- Rdzeń żelazny, U-kształtny, laminowany
- Lampa halogenowa, 12 V/50W
- Podwójny kondensator,  $f = 60$  mm
- Transformator nastawny, 25 VAC/20 VDC, 12 A
- Amperomierz. komutator
- Teslomierz cyfrowy, sonda Halla
- Soczewka,  $f = +150$  mm
- Filtr barwny, 440 nm, 505 nm, 525 nm, 580 nm, 595 nm
- Filtr polaryzujący z noniuszem, 2 szt
- Półprzezroczysty ekran
- Ława optyczna,  $l = 1000$  mm



Rys. 6: Zestawienie układu do zjawiska Faradaya



Rys. 7: Schemat układu do zjawiska Faradaya

1. Kondensator,  $f = 6$  cm
2. Kolorowe filtry
3. Polaryzator
4. Próbką testowa (szkło flintowe SF6)
5. Analizator
6. Soczewka,  $f = 15$  cm
7. Półprzezroczysty ekran.

Zestawić układ tak, jak jest to pokazane na rys. 1 i 2. Lampa o mocy 50 W jest podłączona do napięcia 12 V AC płynącego ze stałego źródła napięciowego. Wyjście DC zasilacza regulowane jest w zakresie 0- 20 VDC i jest podłączone przez amperomierz do cewek (połączonych szeregowo) elektromagnesu. Używany w ćwiczeniu elektromagnes składa się z laminowanego U-kształtnego żelaznego rdzenia, dwóch cewek (liczba zwojów każdej- 600) oraz z nawierconych nabiegunków. Cały elektromagnes przytwierdzony jest stabilnie do stolika na pręcie. Po zmierzeniu rozkładu gęstości strumienia, 30 milimetrowy pręt ze szkła flintowego jest wkładany do otworów nabiegunków, podnośnik jest unoszony tak, aby magnes był wstawiony między dwa filtry polaryzujące układu. Na samym początku, lampa 2, razem z kondensorem o ogniskowej równej 6 cm, umieszczana jest na ławie optycznej. Dalej umieszczane są: oprawa przesłony wraz z kolorowym szkłem, dwa filtry polaryzujące oraz oprawa soczewki wraz z soczewką o ogniskowej  $f = 15$  cm. Półprzezroczysty ekran umieszczany jest w koniku zainstalowanym na końcu ławy optycznej. Bieg promieni został przedstawiony na rys. 2. Płaszczyzny polaryzacji dwóch filtrów polaryzujących są równoległe. Lampa jest włączana, a żarówka umieszczana w obudowie dopóki obraz żarnika nie pojawi się w obiektywie płaszczyzny soczewki. Następnie elektromagnes umieszczany jest na ścieżce promieni obrazu i pozycjonowany tak, aby otwory nabiegunków z umieszczonym w środku szkłem flintowym umieszczone były w linii osi optycznej. Poprzez przesuwanie soczewki wzdłuż ławy optycznej należy doprowadzić do wyraźnej projekcji powierzchni czołowej pręta szklanego na półprzezroczystym ekranie. Po wstawieniu kolorowego szkła do oprawki przesłony można przyjąć, że ustawianie układu zostało zakończone. Filtr polaryzujący powinien być cały czas w pozycji  $+45^\circ$ . W takim przypadku analizator będzie miał położenie  $-45^\circ \pm \Delta\beta$  dla pełnego wygaszenia przy  $\Delta\beta$  będącym funkcją natężenia prądu cewki i odpowiedniej wartości średniej gęstości strumienia. Maksymalne natężenie prądu w cewkach powinno wynosić 2 A.

### **Zasada pomiaru**

Aby zademonstrować zjawisko Faradaya w sposób doświadczalny, liniowo spolaryzowane światło przepuszczane jest przez pręt szkła flintowego SF6, osadzony w nawierconych nabiegunkach. Analizator ustawiony za prętem szklanym ma swoją płaszczyznę polaryzacji krzyżującą się w taki sposób z polaryzatorem, aby obraz płaszczyzny czołowej szklanego pręta wyświetlany na półprzezroczystym ekranie wydawał się zaciemniony. W momencie, kiedy prąd przepływa przez cewki w elektromagnesie, powstaje pole magnetyczne, przenikające pręt szklany w kierunku promienia świetlnego. Powstający teraz obrót płaszczyzny drgań światła jest wskazywany dzięki obrotowi analizatora do maksymalnego wygaszenia obrazu. Po zmianie polaryzacji prądu cewki, doświadczenie powtarzane jest przy polu magnetycznym skierowanym w przeciwnym kierunku.



### **Etapy doświadczenia.**

Bezpośrednim celem eksperymentu jest określenie zależności kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji przy przejściu przez próbkę ośrodka znajdującą się w polu magnetycznym. Zależność ta powinna być zgodna (w granicach błędów pomiarowych) z przewidywaniami wynikającymi z teoretycznego modelu zjawiska skręcenia płaszczyzny polaryzacji (tzw. teoria Fresnela): liniowej zależności kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji od wartości indukcji pola magnetycznego  $B$ :

Model teoretyczny dostarcza również podstaw do przewidywań zależności wartości stałej Verdet od długości fali. Dane pomiarowe uzyskane w eksperymencie powinny umożliwić potwierdzenie tych przewidywań.

## **V. Przebieg ćwiczenia**

Doświadczenie przeprowadza się w dwóch etapach:

- określenie charakterystyki pola magnetycznego wytwarzanego przez elektromagnes – symetrii, stopnia niejednorodności, zależności jego wielkości od natężenia prądu płynącego przez uzwojenia cewek (należy wykorzystać miernik pola magnetycznego znajdujący się w zestawie)
- pomiary kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji dla różnych wielkości pola magnetycznego i różnych zakresów długości fali.

1. Wyjąć ostrożnie pręt wykonany ze szkła flintowego, znajdujący się między nabiegownikami elektromagnesu. Wyznaczyć gęstość strumienia magnetycznego pomiędzy nabiegownikami co 0,5 cm, używając osiowej sondy Halla teslomierza przy różnych natężeniach prądu cewki. Wartość średnią gęstości strumienia obliczyć poprzez całkowanie numeryczne oraz ze współczynnika wartości maksymalnej gęstości strumienia do wartości średniej.
2. Zmierzyć maksimum gęstości strumienia w funkcji natężenie prądu cewki i wyprowadzić zależność pomiędzy wartością średnią gęstości strumienia a natężeniem prądu cewki (zakładamy, że współczynnik z punktu 1 pozostał niezmienny).
3. Ostrożnie umieścić pręt szklany pomiędzy nabiegownikami elektromagnesu. Zmierzyć kąt obrotu płaszczyzny polaryzacji światła  $\beta$  w funkcji wartości średniej gęstości strumienia  $B_{sr}$ , używając przy tym różnych filtrów barwnych. Wyznaczyć stałe Verdet dla poszczególnych wariantów.

## VI. Tabele pomiarowe

**Tabela I.** Natężenie prądu  $I$ , odległość pomiędzy nabiegownikami elektromagnesu  $x$ , indukcja pola magnetycznego  $B$ , średnia indukcja pola magnetycznego  $B_{sr}$

$J$ [A]	$x$ [cm]	$B$ [mT]	$B_{sr}$ [mT]
1,0	4,0		
	4,5		
	5,0		
	5,5		
	6,0		
	6,5		
	7,0		
	7,5		
	8,0		
	8,5		
	9,0		
1,5	9,5		
	10,0		
	4,0		
	4,5		
	5,0		
	5,5		
	6,0		
	6,5		
	7,0		
	7,5		
	8,0		
1,75	8,5		
	9,0		
	9,5		
	10,0		
	4,0		
	4,5		
	5,0		
	5,5		
	6,0		
	6,5		
	7,0		
2,0	7,5		
	8,0		
	8,5		
	9,0		
	9,5		
	10,0		
	4,0		
	4,5		
	5,0		
	5,5		
	6,0		
2,5	6,5		
	7,0		
	7,5		
	8,0		
	8,5		
	9,0		
	9,5		
	10,0		
	4,0		
	4,5		

**Tabela II.** Długość fali  $\lambda$ , natężenie prądu  $J$ , średnia indukcja pola,  $B_{sr}$ , kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji przy dodatnim kierunku prądu  $\beta_1$ , kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji przy ujemnym kierunku prądu  $\beta_2$ , skręcenie płaszczyzny polaryzacji  $\beta$ , stała Verdet  $V$

Filtr $\lambda [nm]$	$J$ [A]	$B_{sr}$ [mT]	$\beta_1$ [stopnie]	$\beta_2$ [stopnie]	$2\beta$ [stopnie]	$\beta$ [stopnie]	$V$ [ $\frac{rad}{T \cdot m}$ ]
440	1,00						
	1,50						
	1,75						
	2,00						
	2,50						
505	1,00						
	1,50						
	1,75						
	2,00						
	2,50						
525	1,00						
	1,50						
	1,75						
	2,00						
	2,50						
580	1,00						
	1,50						
	1,75						
	2,00						
	2,50						
595	1,00						
	1,50						
	1,75						
	2,00						
	2,50						

## VII. Opracowanie ćwiczenia

1. Sporządzić wykres  $B = f(x)$  dla pięciu wartości natężenia prądu oraz wykres  $B_{max} = f(J)$ .
2. Obliczyć  $B_{sr}$  i sporządzić wykres  $B_{sr} = f(J)$ .
3. Sporządzić wykres  $\beta = f(J)$  dla różnych długości fali (kąt należy podać w radianach).

## Ćwiczenie O-11: Wyznaczanie stałej Verdet

4. Korzystając z metody najmniejszych kwadratów, z dopasowania prostej  $y = ax + b$ , znaleźć stałą Verdet, gdzie  $y = \beta$ ,  $x = B$ ,  $a = Vd$
5. Obliczyć niepewność pomiaru stałej Verdet, korzystając z zależności  $\delta V = \frac{1}{d} \delta_a$
6. Zaokrąglić wartość stałej Verdet zgodnie z obowiązującymi normami.
7. Obliczyć względną niepewność pomiaru wyznaczonej wielkości.
8. Sporządzić wykres zależności wyznaczonej przez nas stałej Verdet od długości fali. Na tym samym wykresie zamieścić wyniki stałej Verdet, obliczonej według wzoru empirycznego.
9. Przeprowadzić analizę danych doświadczalnych, która powinna polegać na ocenie ich zgodności z przewidywaniami teoretycznymi, dotyczącymi zależności kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji od wartości indukcji pola magnetycznego. Kryterium zgodności jest stopień korelacji danych pomiarowych i wyników dopasowania oraz oszacowane wielkości błędów pomiarowych.

Należy także ocenić, w jakim stopniu wyniki pomiarów stałej Verdet, wyznaczone dla kilku długości fali potwierdzają przewidywany teoretycznie charakter tej zależności.

## **Literatura**

1. S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna cz. 4, PWN 1982
2. D. Halliday, R. Resnick; Fizyka dla studentów nauk przyrodniczych i technicznych, t.II Warszawa PWN 1998
3. H. Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN, 1994
4. A. Zawadzki, H. Hofmokr, Laboratorium fizyczne, PWN, 1968
5. M. Nałęcz, J. Jaworski, Miernictwo magnetyczne, WNT 1968
6. J. Lech Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Wydział Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej, Częstochowa 2005

## Zasada sporządzania wykresów

Prawidłowe opracowanie wyników pomiarów wymaga wykonania odpowiedniego wykresu. Podczas robienia wykresu należy kierować się następującymi zasadami:

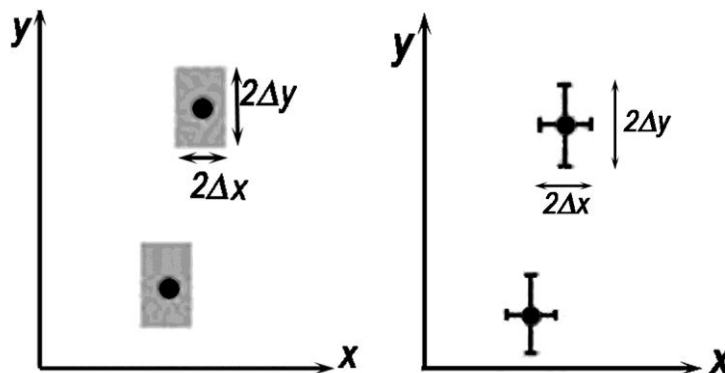
1. Wykres wykonuje się na papierze milimetrowym. Na układzie współrzędnych definiujemy liniowe osie liczbowe w przedziałach zgodnych z przedziałami zmienności wartości  $X$  i  $Y$ ; oznacza to, że na każdej z osi odkładamy tylko taki zakres zmian mierzonej wielkości fizycznej, w którym zostały wykonane pomiary. Nie ma zatem obowiązku odkładania na osiach punktów zerowych, gdy nie było w ich okolicy punktów pomiarowych (chyba, że w dalszej analizie konieczne będzie odczytanie wartości  $Y$  dla  $X=0$ ). Skalę na osiach układu наносimy zazwyczaj w postaci równooddalonych liczb. Ich wybór i gęstość na osi musi zapewniać jak największą prostotę i wygodę korzystania z nich.

Na osiach wykresu muszą być umieszczone odkładane wielkości fizyczne i ich jednostki lub wymiary.

2. Punkty наносimy na wykres tak, by były wyraźnie widoczne, zaznaczamy je kółkami, trójkątami, kwadracikami itp. Na rysunku należy zaznaczyć również niepewności pomiarowe w postaci prostokątów lub odcinków.

*Graficzne przedstawienie niepewności systematycznej:*

Załóżmy, że wartości  $x$  i  $y$  otrzymane z pomiarów są obarczone odpowiednio niepewnościami  $\Delta x$  i  $\Delta y$ . Oznacza to, że rzeczywiste wartości tych wielkości mieszczą się w przedziałach od  $x-\Delta x$  do  $x+\Delta x$  oraz od  $y-\Delta y$  do  $y+\Delta y$ . Na wykresie zależności  $Y(X)$  przedziały te wyznaczają wokół punktów  $(x,y)$  prostokąty o bokach  $2\Delta x$  i  $2\Delta y$ . Niepewności te można również zaznaczać wokół punktu pomiarowego  $(x,y)$  poprzez odcinki o długości  $2\Delta x$  i  $2\Delta y$  (rys.1)



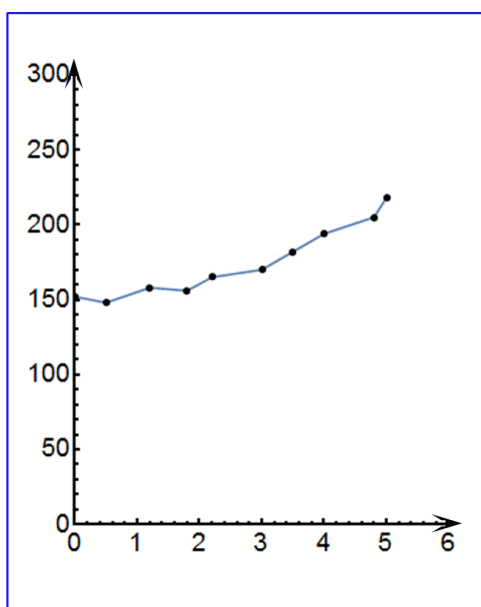
Rys.1 Zaznaczanie niepewności wokół punktów pomiarowych.

**Uwaga:** Jeżeli wartość zmiennej  $X$  jest dokładnie znana (czyli  $\Delta x=0$ ), to na wykresie zaznaczamy tylko niepewności na osi zmiennej zależnej (na osi  $y$ ).

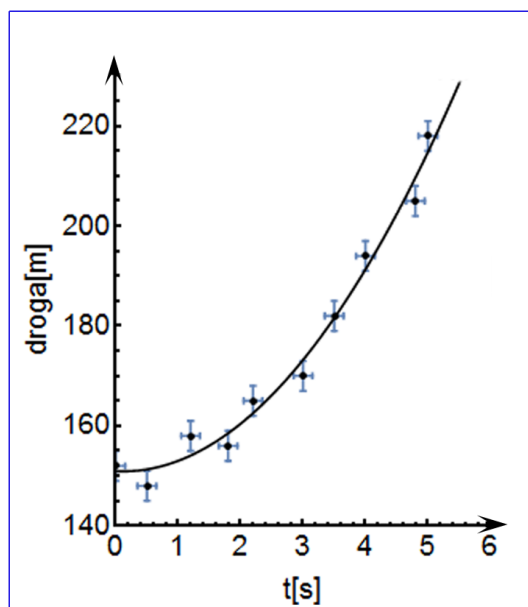
3. Rozmiar wykresu nie jest dowolny i nie powinien wynikać z tego, że dysponujemy takim, a nie innym kawałkiem papieru (na rys.2 arkusz papieru milimetrowego zaznaczony jest kolorem niebieskim). Rozmiar powinien być określony przez niepewności pomiarowe tych wielkości, które odkłada się na osiach. Niepewność ta powinna w wybranej skali być odcinkiem o łatwo zauważalnej, znaczącej długości.

- Następnie prowadzimy odpowiednią krzywą (nie może to być linia łamana!) tak, by przecinała w miarę możliwości punkty pomiarowe, ale nie należy dążyć do tego, aby przechodziła ona przez wszystkie punkty, ponieważ każdy z nich obarczony jest niepewnością. W przypadku dużych rozrzutów staramy się, by ilość punktów poniżej i powyżej krzywej była zbliżona - w ten sposób uśredniamy graficznie wyniki pomiarów. W przypadku zależności nieliniowych korzystamy z krzywików.
- Każdy rysunek powinien być podpisany. Etykieta wykresu wyjaśnia, co rysunek zawiera, co reprezentują zaznaczone krzywe.

**PODSUMOWANIE:**



***zły wykres***



***dobry wykres***

Rys.2