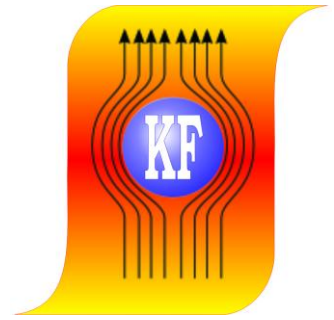
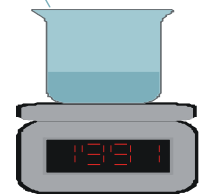


KATEDRA FIZYKI

**WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA**



**PRACOWNIA
FIZYKI CZĄSTECZKOWEJ I CIEPŁA**



ĆWICZENIE NR C-3

**WYZNACZANIE STOSUNKU c_p/c_v DLA POWIETRZA
METODĄ CLEMENTA I DESORMESA**

I. Zagadnienia do przestudiowania

1. Równanie stanu gazu doskonałego.
2. Przemiany gazowe.
3. Ciepło molowe gazu, definicje c_p i c_v , zależności między c_p i c_v .
4. Wyprowadzenie wzoru na κ .
5. Rachunek błędów metodą Gaussa.

II. Wprowadzenie teoretyczne

Przedmiotem badań jest powietrze, czyli mieszanina wielu gazów z dominującym azotem (około 78%) i tlenem (około 21%).

Gazy rzeczywiste, w zakresie wysokich temperatur i niskich ciśnień z bardzo dobrym przybliżeniem, mogą być traktowane jako gazy doskonałe. Spełniają równanie stanu gazu doskonałego, znane w literaturze jako równanie Clapeyrona

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

gdzie: p - ciśnienie gazu na ściankę naczynia, V - jego objętość, m - masa, μ - masa molowa, T - temperatura w skali Kelvina, R - uniwersalna stała gazowa.

Z prawa Clapeyrona (1) wynikają równania matematyczne opisujące podstawowe przemiany stałej masy gazu:

a) przemiana izotermiczna ($T = \text{const}$)

$$pV = \text{const} \quad (2)$$

b) przemiana izobaryczna ($p = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad (3)$$

c) przemiana izochoryczna ($V = \text{const}$)

$$\frac{P}{T} = \text{const} \quad (4)$$

Energia wewnętrzna danej masy gazu doskonałego, rozumiana jako suma energii kinetycznych wszystkich cząsteczek tworzących układ, jest funkcją tylko temperatury w skali bezwzględnej. Zmiany energii wewnętrznej można dokonać, doprowadzając do układu lub odprowadzając z układu ciepło (jest zmiana energii wewnętrznej na sposób ciepła) albo wykonując nad układem lub pozwalając układowi wykonać pracę (zmiana energii wewnętrznej na sposób pracy). Ilościowe zmiany energii wewnętrznej dU opisuje I zasada termodynamiki, która w formie różniczkowej przyjmuje postać

$$dU = dQ + dW \quad (5)$$

gdzie: dQ - zmiana energii wewnętrznej na sposób ciepła (dQ jest dodatnie, gdy ciepło dostarczamy, a ujemne, gdy ciepło odprowadzamy z układu), dW - zmiana energii wewnętrznej na sposób pracy (dW jest dodatnie, gdy praca jest wykonywana nad układem, a ujemna, gdy układ wykonuje pracę).

Ciepłem właściwym gazu c nazywamy wielkość fizyczną liczbowo równą ilości ciepła, jaką trzeba dostarczyć jednostce masy gazu, aby jego temperaturę podnieść o jeden stopień

$$c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Jednostką pomiarową ciepła właściwego gazu w układzie SI jest $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$.

Ciepłem właściwym przy stałym ciśnieniu c_p nazywamy taką ilość ciepła, jaką należy dostarczyć jednostce masy gazu, aby jego temperatura wzrosła o jeden stopień pod stałym ciśnieniem

$$c_p = \left. \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \right|_{p=\text{const}} \quad (6)$$

lub w formie różniczkowej

$$c_p = \left. \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT} \right|_{p=\text{const}} \quad (7)$$

Ciepłem właściwym przy stałej objętości c_v nazywamy taką ilość ciepła, jaką należy dostarczyć jednostce masy gazu w stałej objętości, aby jego temperatura wzrosła o jeden stopień

$$c_v = \left. \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \right|_{V=\text{const}} \quad (8)$$

lub w formie różniczkowej

$$c_v = \left. \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT} \right|_{V=\text{const}} \quad (9)$$

Aby znaleźć związek pomiędzy c_p i c_v , rozpatrzmy pewną porcję gazu o masie m podlegającą przemianie izobarycznej - do układu dostarczamy ciepło i wykonujemy pracę nad układem pozostającym pod stałym ciśnieniem.

Zmiana energii wewnętrznej układu dana jest wzorem

$$dU = mc_v dT \quad (10)$$

lub zgodnie z (5) i (7)

$$dU = mc_p dT + dW \quad (11)$$

Praca sił zewnętrznych w przemianie izobarycznej dana jest wyrażeniem

$$dW = -pdV \quad (12)$$

Na podstawie równania Clapeyrona (1) praca ta może być również wyrażona wzorem

$$-pdV = -\frac{m}{\mu} R dT \quad (13)$$

Po podstawieniu (10) i (13) do (11) i prostych przekształceniach uzyskujemy

$$c_p - c_v = \frac{R}{\mu} \quad (14)$$

Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu jest większe od ciepła właściwego przy stałej objętości, dlatego stosunek $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$ jest większy od 1 i w przypadku gazów doskonałych może być określony równaniem

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} \quad (15)$$

gdzie i oznacza liczbę stopni swobody, tzn. liczbę niezależnych współrzędnych, które trzeba podać, aby jednoznacznie opisać położenie pojedynczej cząsteczki gazu.

Dla gazów jednoatomowych $i = 3$, dla dwuatomowych $i = 5$, a dla wieloatomowych $i = 6$. Teoretyczne wartości κ dla gazów jedno-, dwu- lub wieloatomowych wynoszą odpowiednio: 1,67; 1,40 i 1,33.

W tabeli 1 podane są rzeczywiste wartości współczynników κ dla różnych gazów.

TABELA 1. Współczynniki κ dla różnych gazów

Gaz	κ
Acetylen	1,31
Argon	1,67
Azot	1,40
Chlor	1,36
Dwutlenek węgla	1,30
Hel	1,66
Metan	1,31
Neon	1,64
Powietrze	1,40
Rtęć	1,67
Tlen	1,40
Wodór	1,41

W procesie adiabatycznym nie ma wymiany ciepła z otoczeniem ($dQ = 0$), dlatego korzystając z równania Clapeyrona (1) i I zasady termodynamiki, można pokazać, że w tym przypadku

$$pV^\kappa = \text{const} \quad (16)$$

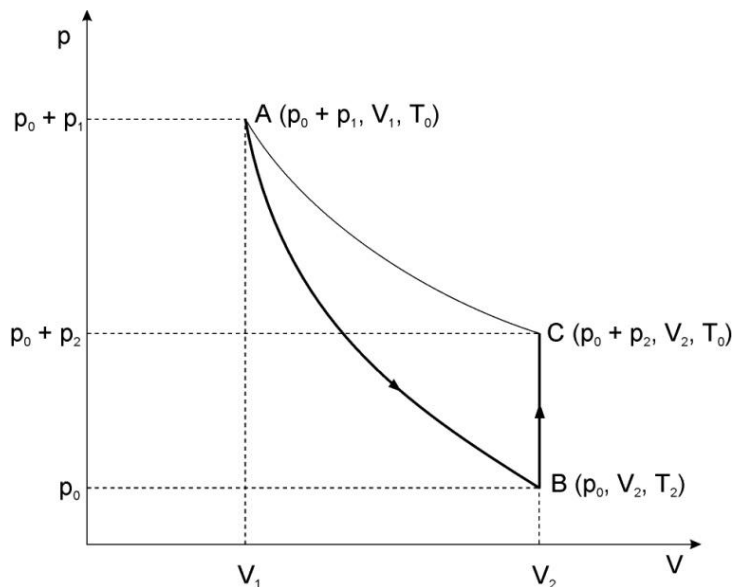
III. Zasada pomiaru

W dużej butli o pojemności około 10 l sprężamy izotermicznie gaz w temperaturze otoczenia T_0 od ciśnienia atmosferycznego p_0 do ciśnienia końcowego $p_0 + p_1$. Stan końcowy tego sprężania oznaczony jest przez literę A na rysunku 1. Przejście ze stanu A do B jest przemianą adiabatyczną (adiabatyczne rozprężanie) i zgodnie z równaniem $pV^\kappa = \text{const}$ może być opisane zależnością

$$(p_0 + p_1)V_1^\kappa = p_0 V_2^\kappa \quad (17)$$

Temperatura gazu maleje od temperatury otoczenia T_0 do T_2 , a ciśnienie od wartości $p_0 + p_1$ do ciśnienia atmosferycznego p_0 . Następnie gaz przechodzi ze stanu B do C, podlegając izochorycznemu ogrzewaniu od temperatury T_2 do temperatury T_0 . Stanom A i C odpowiada ta sama temperatura, dlatego ciśnienie i objętość w tych stanach spełnia równanie tej samej izotermy, czyli

$$(p_0 + p_1)V_1 = (p_0 + p_2)V_2 \quad (18)$$



Rys. 1. Zależność ciśnienia p od objętości V gazu w metodzie Clementa i Desormesa

Równanie (17) można przedstawić w postaci

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa = \frac{p_0 + p_1}{p_0} \quad (19)$$

a wzór (18) przekształcimy podobnie

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2} \quad (20)$$

Wstawiając $\frac{V_2}{V_1}$ z równania (19) do wyrażenia (18), otrzymujemy

$$\left(\frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2} \right)^\kappa = \frac{p_0 + p_1}{p_0} \quad (21)$$

Po zlogarytmowaniu i przekształceniu mamy

$$\kappa = \frac{\ln \frac{p_0 + p_1}{p_0}}{\ln \frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2}} = \frac{\ln \left(1 + \frac{p_1}{p_0} \right)}{\ln \left(1 + \frac{p_1}{p_0} \right) - \ln \left(1 + \frac{p_2}{p_0} \right)} \quad (22)$$

Jeżeli ciśnienia p_1 i p_2 są dużo mniejsze od ciśnienia atmosferycznego p_0 , to stosunki $\frac{p_1}{p_0}$ i $\frac{p_2}{p_0}$ są dużo mniejsze od 1. Korzystając z rozwinięcia $\ln(1+x)$ w szereg potęgowy i zachowując tylko człony najniższych rzędów, mamy

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \approx x \quad (23)$$

$$\kappa = \frac{\frac{p_1}{p_0}}{\frac{p_1}{p_0} - \frac{p_2}{p_0}} = \frac{p_1}{p_1 - p_2} \quad (24)$$

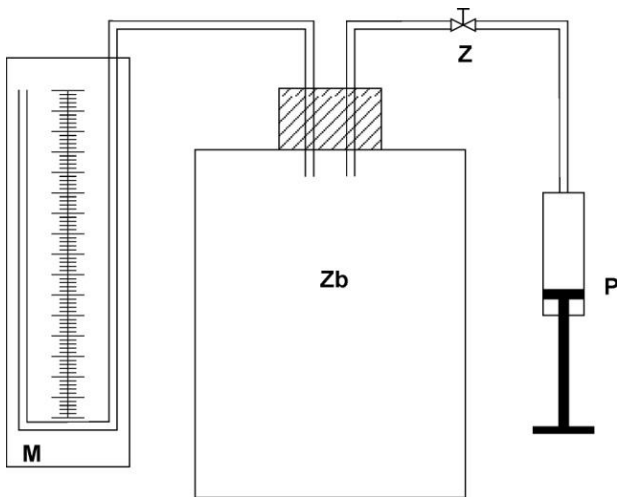
Ciśnienia p_1 i p_2 mierzymy manometrem wodnym, dla którego $p = \rho gh$ (ρ - gęstość wody, g - przyspieszenie ziemskie, h - różnica poziomów wody w dwóch ramionach manometru).

Ostatecznie współczynnik κ obliczamy według wzoru

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (25)$$

IV. Zestaw pomiarowy

Butla połączona z pompką poprzez zawór, manometr cieczowy.



Rys. 2. Schemat układu do pomiaru κ (M - manometr wodny, Zb - zbiornik gazu, Z - zawór, P - pompka)

V. Przebieg ćwiczenia

1. Otwieramy zawór Z. Za pomocą ręcznej pompki P sprężamy powietrze w zbiorniku.
2. Zamykamy zawór wlotowy Z, czekamy około 3 minut na ustalenie się temperatury w zbiorniku (o czym świadczy ustalenie się poziomów cieczy w obu ramionach manometru).
3. Różnica poziomów cieczy powinna być w granicach 10÷20 cm.
4. Różnicę poziomów oznaczamy jako h_1 .
5. Otwieramy zawór Z, gdy ciśnienie powietrza w zbiorniku zrówna się z ciśnieniem atmosferycznym (poziomy cieczy w obu ramionach manometru są takie same), zamykamy zawór ponownie.
6. Czekamy około 3 minut do ponownego wyrównania się temperatury gazu z temperaturą otoczenia (słupki cieczy w manometrze przestanie się podnosić). Odczytujemy różnicę poziomów między słupkami cieczy w manometrze i zapisujemy jako h_2 .
7. Wartości h_1 i h_2 zapisujemy w tabeli.
8. Pomiary powtarzamy 10 razy.

VI. Tabela pomiarowa

Lp.	h_1 [cm]	h_2 [cm]	κ	$\kappa_{\text{śr}}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

VII. Opracowanie wyników

1. Obliczyć κ na podstawie wzoru: $\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$ z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku.
2. Obliczyć wartość średnią κ z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku.

VIII. Rachunek błędów

1. Obliczyć błąd średni kwadratowy wartości średniej metodą Gaussa.
2. Przeprowadzić dyskusję uzyskanych wyników i porównać uzyskaną wartość κ_{sr} z wartościami tablicowymi i wskazać na źródła ewentualnych różnic.

Literatura

1. Lech J., Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej PCz, Częstochowa 2005.
2. Massalski J., Massalska M., Fizyka dla inżynierów - Fizyka klasyczna, Tom I, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005.
3. Respondowski R., Laboratorium z fizyki, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999.
4. Szczeniowski S., Fizyka doświadczalna, cz. II, Ciepło i fizyka cząsteczkowa, PWN, Warszawa 1976.
5. Szydłowski H., Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.