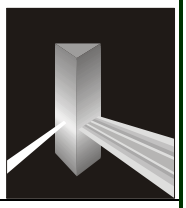
INSTYTUT FIZYKI
WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA

PRACOWNIA OPTYKI



Ć W I C Z E N I E N R O-3

WYZNACZANIE OGNISKOWYCH SOCZEWEK

ZA POMOCĄ METODY BESSELA

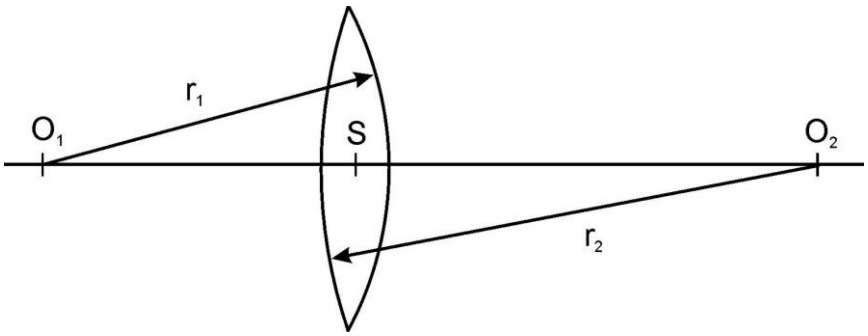
I. Zagadnienia do opracowania

1. Soczewki, rodzaje soczewek, własności skupiające i rozpraszające soczewek.
2. Ognisko, ogniskowa soczewek, zdolność zbierająca soczewek.
3. Zdolność zbierająca soczewki i układu soczewek.
4. Podstawowe równania soczewek cienkich. Zasady otrzymywania obrazów za pomocą soczewek.
5. Metoda Bessela wyznaczania ogniskowych soczewek.
6. Rachunek błędu metodą różniczki zupełnej.

II. Wprowadzenie teoretyczne

2.1. Soczewki, rodzaje soczewek, własności skupiające i rozpraszające soczewek.

Soczewka jest to przezroczysta bryła, ograniczona dwoma powierzchniami sferycznymi, najczęściej kulistymi. Promienie kul, których wycinkami są dane powierzchnie kuliste są to promienie krzywizn soczewki, r_1 i r_2 (Rys.l). Punkty O_1 i O_2 są środkami krzywizn obu powierzchni soczewki. Prosta przechodząca przez środek soczewki S i przez punkty O_1 i O_2 nazywa się główną osią optyczną.



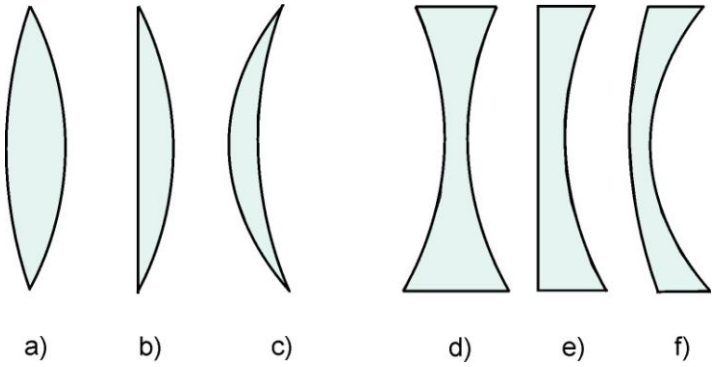
Rys. 1. Promienie krzywizn soczewki

W ćwiczeniu będziemy się zajmować soczewkami cienkimi tzn. takimi soczewkami, w których wzajemna odległość powierzchni ograniczających jest bardzo mała w porównaniu z promieniami krzywizny tych powierzchni. Dla takich soczewek można przyjąć przybliżenie: odległość środka krzywizny soczewki od środka soczewki jest w przybliżeniu równa promieniowi krzywizny soczewki, czyli $O_1S = r_1$ i $O_2S = r_2$.

Ze względu na kształt ograniczających powierzchni kulistych możemy wyróżnić soczewki:

a) dwu-wypukłe,
b) płasko-wypukłe
c) wklęsło-wypukłe,
d) dwu-wklęsłe,
e) płasko-wklęsłe,
f) wypukło - wklęsłe.

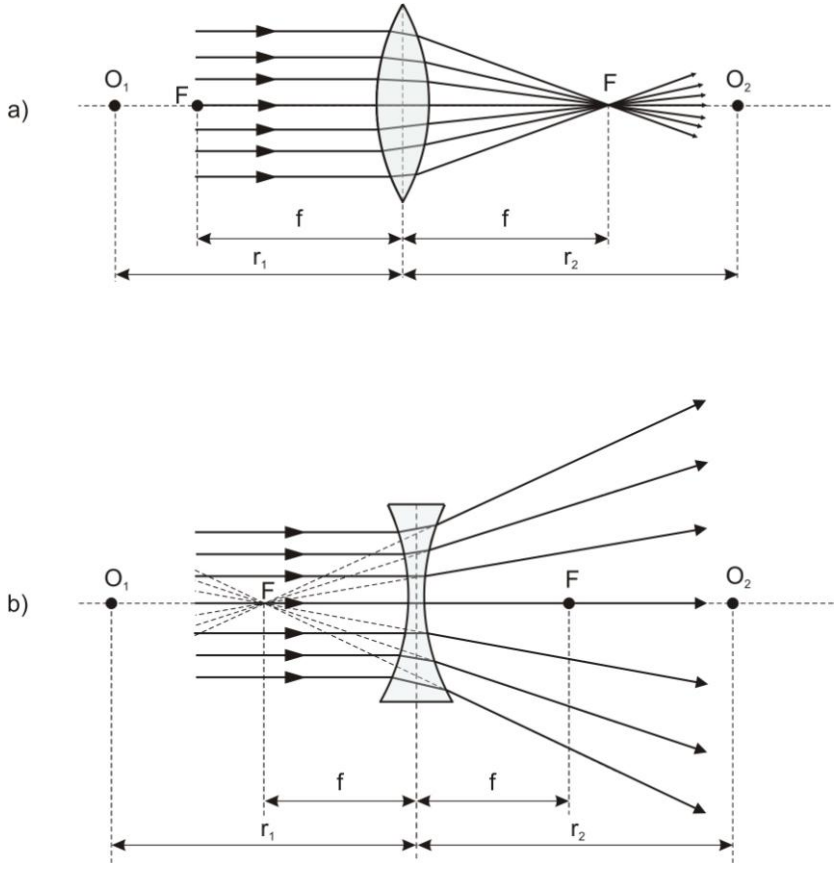
Jeżeli współczynnik załamania materiału n_s, z którego wykonana jest soczewka jest większy niż współczynnik załamania n_0 ośrodka otaczającego soczewkę ($n_s > n_0$), to soczewki szklane grubsze w środku niż na brzegach, mają własności skupiające, a cieńsze w środku niż na brzegach, mają własności rozpraszające (Rys.2).



Rys. 2. Rodzaje soczewek. Dla $n_s > n_0$ – a, b, c – skupiające; d, e, f - rozpraszające

2.2. Ognisko, ogniskowa soczewek, zdolność zbierająca soczewek.

Jeżeli na soczewkę skupiającą skierujemy wiązkę promieni równoległych do głównej osi optycznej to po załamaniu w soczewce zostaje ona skupiona w jednym punkcie F zwanym ogniskiem, którego odległość od środka optycznego soczewki S zwana jest odległością ogniskową f (Rys. 3a).



Rys. 3. Ogniskowe soczewek: a) skupiającej, b) rozpraszającej.

Dla soczewki rozpraszającej promienie równoległe do głównej osi optycznej po załamaniu w soczewce rozpraszającej tworzą wiązkę rozbieżną, która biegnie tak, jak gdyby wychodziła z jednego punktu zwanego ogniskiem F, a odległość tego punktu od środka soczewki jest odległością ogniskową

soczewki f, przy czym jej wartość jest ujemna f < 0 (Rys. 3b). Przyjmujemy bowiem, że odległości ogniskowe mierzone wzdłuż biegu promieni rzeczywistych są dodatnie i oznaczamy je znakiem (+), a odległości ogniskowe mierzone wzdłuż przedłużeń promieni pozornych są ujemne i oznaczamy je znakiem (-). Każda soczewka ma dwa ogniska znajdujące się po obu stronach soczewki w jednakowych odległościach od jej środka, ale jedną ogniskową.

2.3. Zdolność zbierająca soczewki i układu soczewek.

Zdolność zbierająca D soczewki jest odwrotnością jej ogniskowej: D = l/f; jej jednostką jest dioptria. Soczewka ma zdolność zbierającą wyrażoną w dioptriach równą odwrotności ogniskowej wyrażonej w metrach. Np. soczewka skupiająca o ogniskowej f = 0,25m ma zdolność zbierającą D = 4 dioptrie. Soczewka rozpraszająca o ogniskowej f = - 0,5m ma zdolność zbierającą D = - 2 dioptrie.

Zestaw pozostających w bezpośrednim kontakcie soczewek o ogniskowych f_1, f_2, f_3 ... itd., ma zdolność zbierającą $D_u=l/f_u$ równą sumie zdolności zbierających soczewek wchodzących w skład zestawu:

$$D_u = D_1 + D_2 + D_3 + ...$$

albo

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + ... \qquad (1)$$

2.4. Podstawowe równania soczewek cienkich. Zasady otrzymywania obrazów za pomocą soczewek.

Ogniskowa soczewki f zależy od jej promieni krzywizn r_1 i r_2, a także od współczynnika załamania n materiału, z którego wykonana jest soczewka, względem otaczającego go ośrodka. Zależność tą opisuje równanie:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \qquad (2)$$

gdzie: $n = \frac{n_s}{n_0} = \frac{\text{współczynnik załamania materiału soczewki}}{\text{współczynnik załamania ośrodka otaczającego soczewkę}}$

Przyjmuje się, że wartość promienia r > 0 dla powierzchni wypukłej, a r < 0 dla powierzchni wklęsłej.

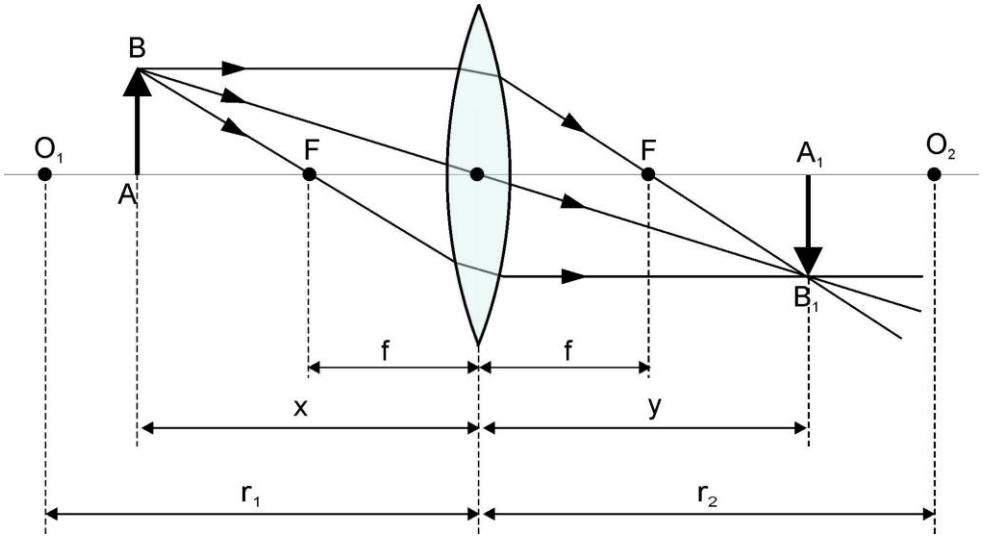
W licznych zastosowaniach soczewek wykorzystuje się nie tylko ich własności skupiające, ale przede wszystkim zdolność tworzenia obrazów optycznych. Rodzaj otrzymanego obrazu zależy od rodzaju soczewki oraz od położenia przedmiotu względem ogniska. Otrzymywane obrazy mogą być powiększone lub pomniejszone, albo tej samej wielkości co przedmiot. Mogą to być obrazy rzeczywiste,

wtedy gdy powstają na przecięciu promieni załamanych (leżą one po przeciwnej stronie soczewki niż obserwowany przedmiot), lub pozorne, gdy powstają na przedłużeniu promieni załamanych (leżą one wtedy po tej samej stronie soczewki co badany przedmiot).

Odległość ogniskowa f, odległość przedmiotu od soczewki x i odległość obrazu od soczewki y, związane są równaniem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \tag{3}$$

Jeden z możliwych przypadków otrzymywania obrazów za pomocą soczewki skupiającej przedstawiono na rys. 4, a dla soczewki rozpraszającej na rys. 5. Na rys. 4 przedmiot AB został umieszczony w odległości x > 2f. Po załamaniu w soczewce w odległości y od soczewki powstał obraz A_1B_1, który jest obrazem rzeczywistym, odwróconym i pomniejszonym.

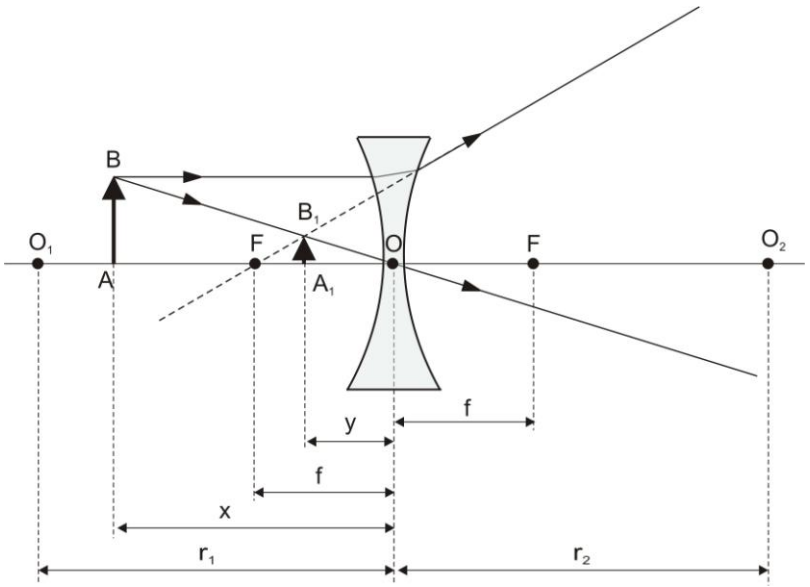


Rys. 4. Obraz rzeczywisty A_1B_1 przedmiotu AB otrzymany przy pomocy soczewki skupiającej.

Przy konstrukcji obrazów otrzymywanych przez soczewki wybieramy promienie, których bieg po załamaniu w soczewce łatwo ustalić:

1. promień równoległy do osi optycznej, po załamaniu przechodzący przez ognisko,
2. promień przechodzący przez ognisko, po załamaniu w soczewce biegnący równolegle do osi optycznej,
3. promień przechodzący przez środek optyczny soczewki, który nie doznaje zmiany kierunku. Z tych trzech możliwości wystarczy wybrać dwie.

Konstrukcje obrazu otrzymanego przez soczewkę rozpraszającą przedstawia rys. 5. Powstający obraz A_1B_1 jest obrazem pozornym, ponieważ powstaje na przedłużeniu promieni załamanych. Jest to obraz pomniejszony i prosty (powstaje powyżej osi optycznej z tej samej strony co przedmiot AB).



Rys. 5. Obraz pozorny A_1B_1 przedmiotu AB otrzymany przy pomocy soczewki rozpraszającej.

Powiększeniem liniowym p w obu przypadkach nazywamy stosunek wymiarów obrazu A_1B_1 do wymiarów przedmiotu AB i jest ono równe stosunkowi odległości obrazu od soczewki y do odległości przedmiotu od soczewki x:

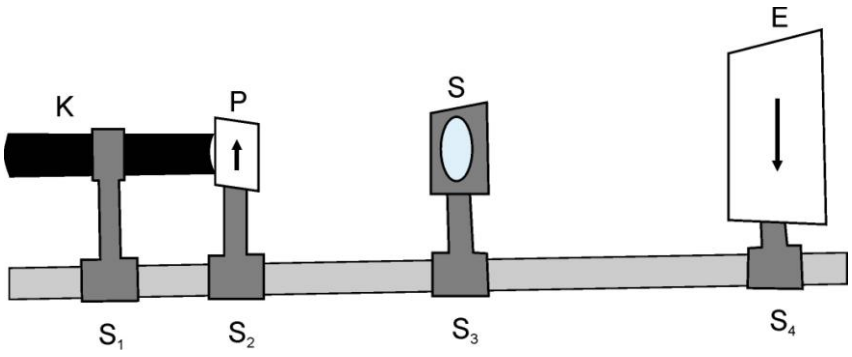
$$p = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{y}{x} \tag{4}$$

Jeżeli w miejscu gdzie powstaje obraz umieścimy ekran, to dla soczewki skupiającej można na ekranie obserwować powstały obraz (Rys. 4), natomiast obrazu pozornego otrzymanego dla soczewki rozpraszającej (Rys. 5) nie można zaobserwować na ekranie.

Często przy konstrukcji obrazów otrzymywanych przy pomocy soczewek, soczewkę skupiającą oznaczamy symbolem ↕, natomiast soczewkę rozpraszającą symbolem ⋋. Tych oznaczeń będziemy używać przy konstrukcji obrazów otrzymywanych za pomocą soczewek.

III. Zasada pomiaru (Metoda Bessela wyznaczania ogniskowych soczewek)

Do pomiaru ogniskowych soczewek używamy ławy optycznej, którą przedstawiono na Rys. 6.



Rys. 6. Ława optyczna

Ława optyczna składa się z długiej metalowej szyny, na której umieszczone są saneczki: S_1 z kolimatorem K wewnątrz którego znajduje się żarówka stanowiąca źródło światła, S_2 z uchwytem dla przezrocza P stanowiącego obserwowany przedmiot, S_3 z oprawą pozwalającą na umocowanie badanej soczewki S, S_4 z oprawką pozwalającą na umocowanie ekranu E, na którym obserwujemy otrzymywane obrazy. Do pomiarów odległości służy długi, metalowy przymiar z podziałką milimetrową. Na wszystkich metalowych saneczkach znajdują się nacięcia, które umożliwiają odczytywanie wybranych odległości po przyłożeniu przymiaru.

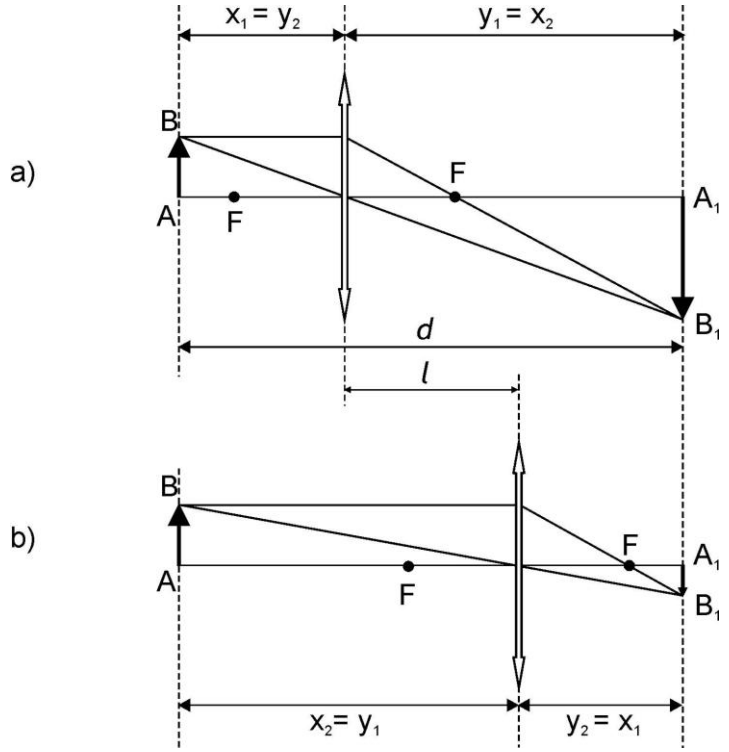
Najprostsza metoda wyznaczania ogniskowych soczewek skupiających polega na bezpośrednim pomiarze odległości x przedmiotu od soczewki oraz soczewki od ekranu y po otrzymaniu na ekranie ostrego obrazu przedmiotu i podstawieniu otrzymanych wartości pomiarowych do wzoru (3). Jest to metoda niedokładna ponieważ x i y powinny być mierzone od środka soczewki, a dokładne ustalenie tego położenia jest obarczone dużym błędem.

W celu dokładniejszego wyznaczania ogniskowych soczewek skupiających stosujemy metodę Bessela. W metodzie tej nie mierzymy odległości przedmiotu i obrazu od środka optycznego soczewki, ale odległości przedmiotu od ekranu d i odległości wzajemnej dwóch położeń soczewki l dla których na ekranie otrzymujemy ostre obrazy przedmiotu powiększonego i pomniejszonego (Rys. 7).

Przy stałej odległości d między przedmiotem a ekranem istnieją dwa położenia soczewki dla których na ekranie otrzymujemy wyraźne obrazy przedmiotu AB:

a) powiększonego A_1B_1

b) pomniejszonego A_1B_1.



Rys. 7. Powstawanie dwóch obrazów (a) powiększonego i (b) pomniejszonego w metodzie Bessela

Te dwie pozycje ustawienia soczewek różnią się tym, że odległości x i y zamieniają się rolami: odległość przedmiotu od soczewki x_1 w jednej pozycji staje się odległością obrazu od soczewki y_2 w drugiej pozycji i odwrotnie. Ponieważ, jak wynika z rys. 7:

$$x + y = d \qquad\qquad y - x = l$$

otrzymujemy

$$x = \frac{d - l}{2} \qquad\qquad y = \frac{d + l}{2}$$

podstawiając uzyskane wartości do wzoru soczewkowego (4), otrzymujemy:

$$f = \frac{d^2 - l^2}{4d} \quad \text{lub} \qquad 4f = d - \frac{l^2}{d} \tag{5}$$

z tej ostatniej zależności wynika, że musi być spełniona zależność: $d < 4f$.

Aby wyznaczyć ogniskową soczewki rozpraszającej można użyć tego samego zestawu pomiarowego. W tym celu składamy badaną soczewkę rozpraszającą o ogniskowej f_4 z soczewką skupiającą o wyznaczonej uprzednio ogniskowej f_1 i wykonujemy pomiary ogniskowej układu soczewek f_u według sposobu opisanego poprzednio.

Jeżeli dwie soczewki złożymy ze sobą to zdolność zbierająca układu soczewek jest sumą zdolności zbierających poszczególnych soczewek:

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_4}$$

stąd:

$$f_4 = \frac{f_u f_1}{f_1 - f_u} \tag{6}$$

IV. Zestaw pomiarowy

Ława optyczna z kompletem soczewek, kolimator z oświetlaczem, transformator, komplet soczewek, ekran, przymiar liniowy.

V. Przebieg ćwiczenia

1. Na ławie optycznej ustawiamy kolejno: kolimator z oświetlaczem, umocowaną w uchwycie jedną z soczewek skupiających (nr 1) i ekran.
2. Włączamy oświetlacz do sieci prądu zmiennego 220V.
3. Szacujemy orientacyjnie ogniskową soczewki nr 1. Przeprowadzamy to w następujący sposób: soczewkę ustawiamy między źródłem światła a ekranem i zmieniając odległość ekranu od soczewki, szukamy na ekranie ostrego obrazu źródła światła (w postaci jasnego krążka). Odległość między soczewką a ekranem w przybliżeniu jest równa f (ogniskowej soczewki).

4. Bezpośrednio za kolimatorem umieszczamy w uchwycie przeźrocze, które będzie stanowiło obserwowany przedmiot.
5. Źródło światła, przeźrocze, soczewkę i ekran ustawiamy tak, aby ich środki leżały na jednej prostej równoległej do osi optycznej soczewki.
6. Ustawiamy ekran w odległości d od przeźrocza tak, aby ta odległość spełniała zależność: d > 4f, (gdzie f jest oszacowaną wcześniej ogniskową soczewki). Mierzymy tą odległość za pomocą przymiaru. Oceniamy doświadczalnie wartość $|\Delta d|$ zgodnie z metodą podaną w punkcie VI.1.
7. Przesuwając sanki z soczewką po ławie optycznej szukamy takiego położenia soczewki, które daje na ekranie obraz powiększony i mierzymy za pomocą przymiaru odległość soczewki od ekranu y_1. Oceniamy doświadczalnie wartość $|\Delta y_1|$ zgodnie z metodą podaną w punkcie VI.1.
8. Nie zmieniając odległości d ekranu od przeźrocza przesuwamy soczewkę do takiego położenia, przy którym na ekranie otrzymamy wyraźny obraz pomniejszony i mierzymy odległość soczewki od ekranu y_2. Oceniamy doświadczalnie wartość $|\Delta y_2|$ zgodnie z metodą podaną w punkcie VI. 1.
9. Wyznaczamy różnicę położeń soczewki w obu przypadkach $l = y_1 - y_2$
10. Zmieniamy nieznacznie odległość ekranu od przedmiotu i dla soczewki nr 1 wykonujemy jeszcze dwukrotnie pomiary według p.p. 7 – 9.
11. Wykonujemy pomiary wg p.p. 3, 6 – 10 dla soczewek nr 2 i nr 3.
12. Umieszczamy w uchwycie dla soczewek, soczewkę rozpraszającą nr 4 razem z soczewką skupiającą nr 1 i dla tego układu wykonujemy pomiary opisane w p.p.3, 6-10.
13. Wyniki zapisujemy w tabeli.

VI. Tabela pomiarowa

Soczewka	l.p.	Odległość ekranu od przedmiotu d [cm]	Odległość soczewki od ekranu y_1 [cm]	Odległość soczewki od ekranu y_2 [cm]	$l = y_1 - y_2$ [cm]	Δl_2 [cm]	Ogniskowa soczewki f [cm]	$f_{śr}$ [cm]
Nr 1	1.							
	2.							
	3.							
Nr 2	1.							
	2.							
	3.							
Nr 3	1.							
	2.							
	3.							
Układ soczewek Nr 1 +Nr 4	1.							
	2.							
	3.							
Nr 4	1.	----------	----------	----------	----------	----------	----------	

VII. Opracowanie ćwiczenia

1. Na podstawie wyników z tabeli obliczamy ogniskowe soczewek skupiających nr 1, nr 2 i nr 3 oraz układu soczewek f_u z zależności (5).
2. Wyznaczamy ogniskową soczewki rozpraszającej f_4 z zależności (6).
3. Wyniki wpisać do tabeli.

VIII. Rachunek błędu

1. Przeprowadzamy rachunek błędów za pomocą różniczki zupełnej. Różniczkujemy zależność (5) względem zmiennych: d i l:

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial d}\right| \cdot |\Delta d| + \left|\frac{\partial f}{\partial l}\right| \cdot |\Delta l|$$

   Przyjmujemy, że $|\Delta d|$ jest równa podwójnej dokładności pomiaru wykonanego za pomocą przymiaru liniowego, a $|\Delta l| = |\Delta l_1| + |\Delta l_2|$, gdzie $|\Delta l_1|$ jest tak jak poprzednio podwojoną dokładnością pomiaru przeprowadzonego za pomocą przymiaru liniowego, a $|\Delta l_2|$ jest równe $|\Delta l_2| = |\Delta y_1| + |\Delta y_2|$; gdzie $|\Delta y_1|$ i $|\Delta y_2|$ są przedziałami położeń soczewki, w którym na ekranie obserwujemy przejście obrazów ostrego w nieostry. Wartości $|\Delta y_1|$ i $|\Delta y_2|$ wyznaczamy doświadczalnie dla każdej z soczewek i układu soczewek.
2. Błąd bezwzględny soczewki nr 4 wyznaczamy metodą różniczki zupełnej, różniczkując równanie (6) względem zmiennych f_1 i f_u:

$$\Delta f_4 = \left|\frac{\partial f_4}{\partial f_1}\right| \cdot |\Delta f_1| + \left|\frac{\partial f_4}{\partial f_u}\right| \cdot |\Delta f_u|$$

3. Obliczyć wartość średnią f i Δf dla każdej soczewki
4. Przeprowadzić zaokrąglenie wartości f i Δf zgodnie z obowiązującymi normami dla wszystkich ogniskowych.
5. Obliczyć błąd względny wyznaczonych wielkości.

IX. Literatura

1. T. Dryński – Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki
2. A.Zawadzki, H. Hofmokl – Laboratorium fizyczne
3. H. Szydłowski – Pracownia fizyczna
4. Sz. Szczeniowski – Fizyka doświadczalna, cz. IV, Optyka
5. Piekara – Nowe oblicze optyki,
6. J. Lech – Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Wydział Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej, Częstochowa 2005r.