



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt „Plan rozwoju Politechniki Częstochowskiej”
współfinansowany ze środków UNII EUROPEJSKIEJ w ramach EUROPEJSKIEGO FUNDUSZU SPOŁECZNEGO
Numer Projektu: POKL.04.01.01-00-59/08

INSTYTUT FIZYKI
WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA



LABORATORIUM Z FIZYKI TECHNICZNEJ

ĆWICZENIE NR 4

SPRAWDZANIE PRAWA PROMIENIOWANIA STEFANA-BOLTZMANNA



Politechnika Częstochowska, Centrum Promocji i Zastosowań Nauk Ścisłych
ul. Dąbrowskiego 73 pok. 178, 42-200 Częstochowa
tel./ fax. +343250324, e-mail: imi@imi.pcz.pl, <http://www.cns.pcz.pl>

I. **Zagadnienia do przestudiowania**

1. Promieniowanie cieplne – wielkości je charakteryzujące
 - spektralna i całkowita zdolność emisyjna
 - zdolność absorpcyjna
 - rozkład energii w widmie promieniowania cieplnego
2. Ciało doskonale czarne a ciała rzeczywiste.
3. Podstawowe prawa opisujące promieniowanie ciała doskonale czarnego :
 - prawo Kirchhoffa
 - prawo Stefana – Boltzmann
 - prawo Wiena
4. Klasyczna i kwantowa (Plancka) teoria promieniowania ciała doskonale czarnego.
5. Zależność oporu elektrycznego metali od temperatury.

II. **Wprowadzenie teoretyczne**

Promieniowanie elektromagnetyczne wysyłane przez ciała w dowolnej temperaturze nazywane jest promieniowaniem termicznym (inaczej cieplnym lub temperaturowym). Ze wzrostem temperatury wzrasta ilość wypromieniowanej przez ciało energii i zmienia się skład widmowy promieniowania. Widmo emitowanego promieniowania jest widmem ciągłym, jednakże oko ludzkie widzi głównie barwę odpowiadającą temu promieniowaniu z obszaru widzialnego, które w tym obszarze ma największe natężenie. Przykładem obiektów emitujących promieniowanie widzialne są : Słońce, włókno żarówki, rozżarzone węgle. Rozkład widmowy promieniowania cieplnego charakteryzuje funkcja $e(\lambda, T)$ zwana zdolnością emisyjną ciała.

Zdolność emisyjna ciała jest równa energii wysyłanej przez jednostkę powierzchni ciała o temperaturze T, w jednostce czasu w zakresie długości fali od λ do $\lambda + d\lambda$.

Całkowita zdolność emisyjna $E(T)$ przedstawia całkowitą energię wyemitowaną w jednostce czasu z jednostkowej powierzchni o temperaturze T, wynosi więc :

$$E(T) = \int_0^{\infty} e(\lambda, T) d\lambda \quad (1)$$

Różne ciała w różnym stopniu pochłaniają padające nań promieniowanie termiczne. Wielkością charakteryzującą rozkład widmowy pochłaniania jest zdolność absorpcyjna ciała $a(\lambda, T)$.

Zdolność absorpcyjna $a(\lambda, T)$ danego ośrodka jest równa stosunkowi energii zaabsorbowanej do energii padającej. Zdolność absorpcyjna określa, jaka część energii fali elektromagnetycznej o długościach zawartych w przedziale λ do $\lambda + d\lambda$ padającej w jednostce czasu na jednostkę powierzchni ciała zostanie przez nie pochłonięta. Doświadczalnie stwierdzono, że zdolność emisji ciała jest proporcjonalna do zdolności absorpcji tego ciała, co można zapisać wzorem:

$$\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = E(\lambda, T) \quad (2)$$

Ćwiczenie 6: Sprawdzanie prawa Stefana Boltzmana

Związek ten wyraża prawo Kirchhoffa:

Stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej nie zależy od natury ciała i dla wszystkich ciał jest taką samą funkcją $E(\lambda, T)$ temperatury T i długości fali λ .

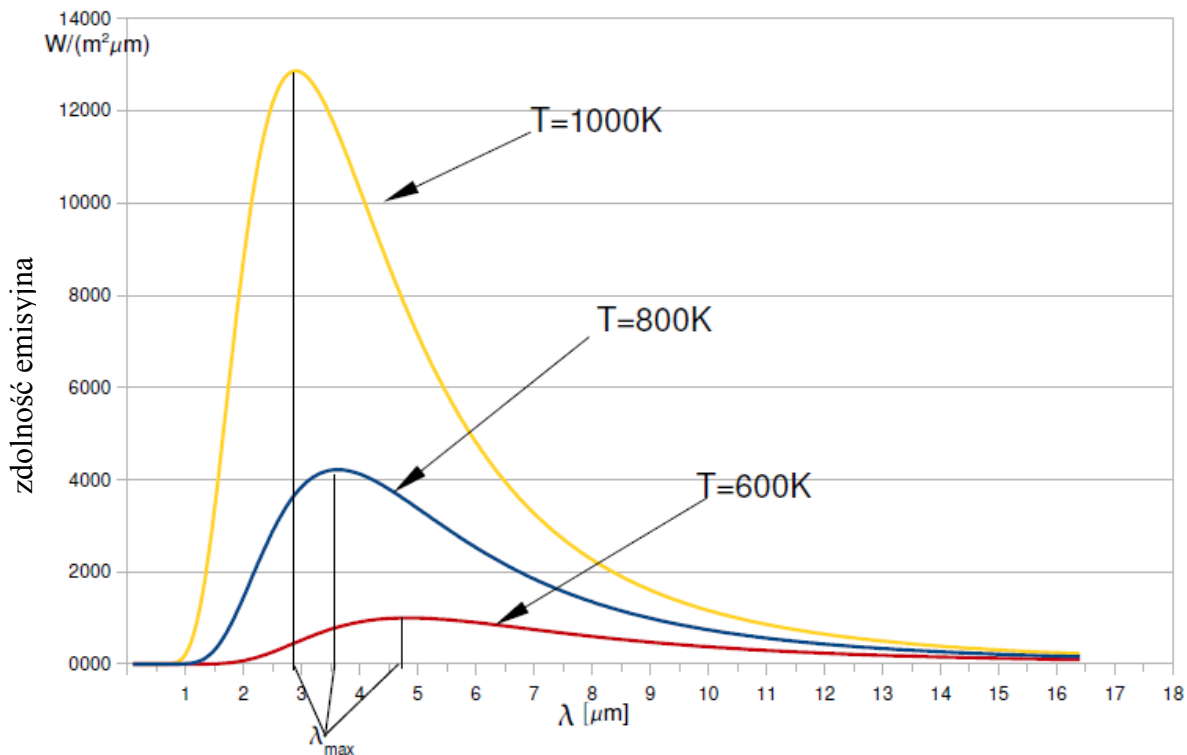
Ciała całkowicie pochłaniające energię promieniowania w całym zakresie widma nazywamy **ciałami doskonale czarnymi**. Ponieważ zdolność absorpcyjna tych ciał $a(\lambda, T)=1$, to z wyrażenia (2) wynika, że zdolność emisyjna ciał doskonale czarnych jest równa:

$$e(\lambda, T) = E(\lambda, T)$$

Innymi słowy, występująca w prawie Kirchhoffa wielkość $E(\lambda, T)$ równa się zdolności emisji ciała doskonale czarnego dla długości fali λ w temperaturze T .

Ciała rzeczywiste, których zdolność absorpcyjna niezależna od długości fali λ jest zawsze mniejsza od jedności $a(\lambda, T) < 1$ nazywamy **ciałami szarymi**. Energia wypromieniowana przez te ciała jest mniejsza od energii emitowanej przez ciało doskonale czarne, mające tę samą temperaturę. Staje się to zrozumiałe, gdy weźmiemy pod uwagę, że ciała rzeczywiste część energii na nie padającej odbijają względnie przepuszczają (stąd $a(\lambda, T) < 1$). Dlatego absorbują one mniej energii niż ciało doskonale czarne, a więc w przypadku równowagi między absorpcją a emisją emitują również mniej energii niż ciało doskonale czarne.

Z prawa Kirchhoffa wynika, że zależność zdolności emisyjnej $E(\lambda, T)$ ciała doskonale czarnego od temperatury T i długości fali λ jest bardzo ważna dla teorii promieniowania cieplnego. Na rys. 1 zamieszczono krzywe rozkładu energetycznego promieniowania ciała doskonale czarnego dla różnych temperatur.



Rys.1. Rozkład energii w widmie ciała doskonale czarnego w różnych temperaturach.

Ćwiczenie 6: Sprawdzenie prawa Stefana Boltzmann

Na podstawie przedstawionych wykresów można stwierdzić, że całkowita moc wypromieniowana (określona polem powierzchni pod krzywą) gwałtownie wzrasta wraz z temperaturą. Według ustalonego doświadczalnie przez J. Stefana (1879 r.) a uzasadnionego następnie teoretycznie przez L.E. Boltzmann (1884 r.) prawa:

Całkowita energia promieniowania wysyłana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w jednostce czasu jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej.

$$E = \sigma T^4 \quad (3)$$

gdzie σ oznacza stałą Stefana – Boltzmann, której wartość wyznaczona doświadczalnie $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Należy również zauważyć, że charakterystyczną cechą krzywych zależności $E(\lambda, T)$ od λ jest istnienie maksimum natężenia promieniowania. Ze wzrostem temperatury maksima krzywych przesuwają się w stronę fal krótkich. Wien ustalił, że między długością fali λ_{max} dla której zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego osiąga maksimum, a temperaturą bezwzględną T zachodzi następujący związek:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = b \quad (4)$$

gdzie stała, wyznaczona doświadczalnie wynosi $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

Jest to tzw. prawo przesunięć Wiena.

Wien wykazał, że jego prawo przesunięć wynika z praw termodynamiki. Znacznie trudniejsze okazało się znalezienie funkcji rozkładu widmowego promieniowania ciała doskonale czarnego. Rozwiązanie tego problemu wymagało metod wykraczających poza klasyczną teorię promieniowania cieplnego. Teoretyczną postać funkcji $E(\lambda, T)$ - dokładnie odpowiadającą danym doświadczalnym uzyskał dopiero w r.1900 Max Planck. Jednakże, przy wyprowadzaniu wzoru Planck przyjął bardzo śmiało na ówczesne czasy założenie, że promieniowanie nie odbywa się w sposób ciągły jak wynika z mechaniki klasycznej, lecz ma charakter kwantowy. Oznacza to, że promieniowanie jest wysyłane określonymi porcjami-kwantami (fotonami) o energii $h\nu$, gdzie h oznacza nową podstawową stałą przyrody- stałą Plancka, której wartość liczbowa wynosi:

$$h = 6,6244 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Stała ta ma wymiar działania (energia razy czas – kwant działania)

Wzór Plancka dający rozkład natężeń w widmie promieniowania ciała doskonale czarnego ma postać:

$$E(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1} \quad (5)$$

W powyższym wzorze c jest prędkością światła, a k - jest to stała Boltzmann.

Wartość całkowitej energii wypromieniowanej przez ciało doskonale czarne można wyznaczyć całkując funkcję Plancka (5) po całym przedziale długości fal:

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^{\infty} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1} d\lambda$$

Ćwiczenie 6: Sprawdzanie prawa Stefana Boltzmana

Znaleziona w ten sposób całkowita zdolność emisyjna jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej :

$$E(T) = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 \quad (6)$$

przy czym współczynnik proporcjonalności identyfikuje się ze stałą σ :

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

co daje ostatecznie prawo Stefana – Boltzmana (3).

Również prawo przesunięć Wiena jest bezpośrednią konsekwencją rozkładu Plancka. Wartość stałej b otrzymana teoretycznie zgadza się bardzo dobrze z doświadczalną :

$$\lambda_{\max} \cdot T = b \quad b = \frac{hc}{4,97k} = 2,886 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Tak więc, wzór Plancka zupełnie dokładnie przedstawia wyniki pomiarów natężenia promieniowania ciała doskonale czarnego w szerokim zakresie temperatur i długości fal.

III. Metoda pomiaru

Wiemy, że całkowita energia wypromieniowana przez jednostkę powierzchni, w jednostce czasu przez ciało doskonale czarne wyraża się :

$$E(T) = \sigma T^4$$

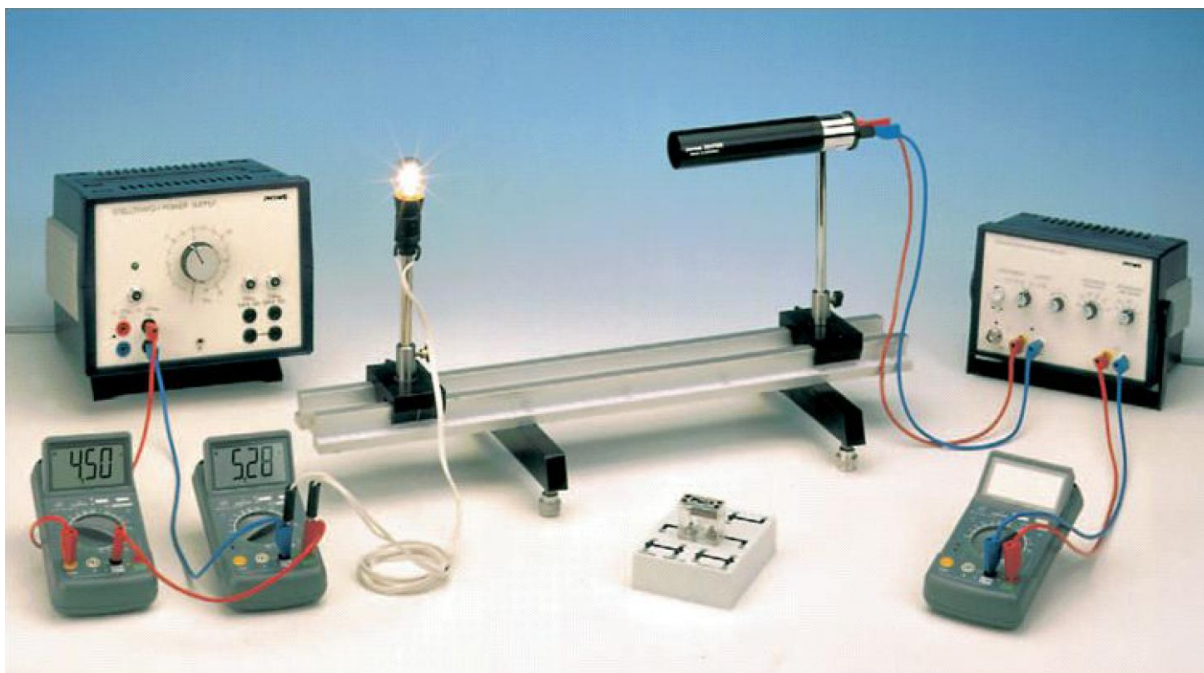
Dla ciała rzeczywistego (szarego) całkowita energia będzie wynosić :

$$E(T) = \kappa \sigma T^4$$

Współczynnik κ będący miarą zdolności absorpcyjnej jest wielkością bezwymiarową. Wartość jego zależy od rodzaju ciała, stanu jego powierzchni, temperatury (np. dla wolframu przy $T = 1500 \text{ K}$ $\kappa = 0,15$, ale przy $T = 3500 \text{ K}$ $\kappa = 0,34$).

W celu sprawdzenia słuszności prawa Stefana – Boltzmana wykonujemy pomiary energii wypromieniowanej przez włókno żarówki (ciało szare) w zależności od jej temperatury przy pomocy układu przedstawionego na rys.2.

Promieniowanie wysyłane przez włókno żarówki mierzymy termoparą Mollego umieszczoną w pewnej odległości na ławie optycznej.



Rys.2 Układ do doświadczalnego sprawdzenia prawa Stefana – Boltzmann.

Przy ustalonej odległości między żarówką a termoparą, strumień energii Φ docierający do termopary jest proporcjonalny do $E(T)$:

$$\Phi \propto E(T)$$

Ponieważ siła termoelektryczna SEM termopary ε_t jest również proporcjonalna do strumienia energii Φ , mamy:

$$\varepsilon_t \propto \Phi$$

$$\varepsilon_t \propto E(T)$$

a więc na podstawie (3) otrzymujemy:

$$\varepsilon_t \propto T^4 \quad (7)$$

Ta zależność jest słuszna, jeśli termopara jest w temperaturze zera stopni Kelvina. Uwzględniając, że termopara znajduje się w temperaturze pokojowej T_p (i także promieniuje zgodnie z prawem $\propto T^4$) należy zapisać :

$$\varepsilon_t \propto (T^4 - T_p^4) \quad (8)$$

Jednakże, w naszych warunkach możemy zaniedbać wielkość T_p^4 i w przybliżeniu stosujemy zależność (7). Po zlogarytmowaniu mamy :

$$\log \varepsilon_t = 4 \log T + const \quad (9)$$

Ćwiczenie 6: Sprawdzenie prawa Stefana Boltzmann

W podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych powinniśmy otrzymać wykres zależności $\varepsilon_t = f(T)$ w postaci prostej o współczynniku kierunkowym $a = 4$.

Równoczesny pomiar spadku napięcia na żarówce i natężenia płynącego przez nią prądu pozwala wyznaczyć opór żarówki $R(t)$ w danej temperaturze. Następnie, korzystając z zależności oporności przewodnika od temperatury, można określić temperaturę bezwzględną włókna żarówki $T = t + 273$:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2) \quad (10)$$

gdzie R_0 jest oporem w temperaturze 0°C , $\alpha = 4,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\beta = 6,76 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-2}$.

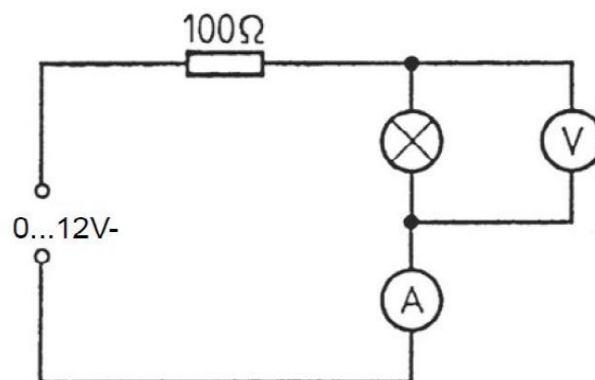
Opór R_0 można wyznaczyć z tej samej zależności (10) jeśli znamy opór $R(t_p)$ w temperaturze pokojowej :

$$R_0 = \frac{R(t_p)}{1 + \alpha t_p + \beta t_p^2} \quad (11)$$

Rozwiązując równanie (10) względem t , przy uwzględnieniu zależności $T = t + 273$, otrzymujemy :

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left[\sqrt{\alpha^2 + 4\beta \left(\frac{R(t)}{R_0} - 1 \right)} - \alpha \right] \quad (12)$$

Opór włókna żarówki w temperaturze pokojowej $R(t_p)$ znajdujemy z prawa Ohma, wykorzystując układ przedstawiony na rys.3. Aby pominąć efekt nagrzewania się włókna żarówki, należy stosować niewielkie wartości natężeń prądu.



Rys.3 Układ do pomiaru oporności włókna żarówki w temperaturze pokojowej.

IV. Przebieg ćwiczenia

Wyznaczanie oporu żarówki w temperaturze pokojowej.

1. Zestawić układ pomiarowy według schematu na rys.3.
2. Ustawić zakresy woltomierza -200 mV i amperomierza – 200mA dla prądu stałego (wyjście DC regulowanego źródła napięcia)

Ćwiczenie 6: Sprawdzanie prawa Stefana Boltzmann

3. Dla trzech wartości natężenia prądu np., $I=50, 100, 150$ mA zmierzyć spadki napięcia na żarówce.
4. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli 1.

Pomiar energii wypromieniowanej przez żarówkę w funkcji jej temperatury.

1. Połączyć układ pomiarowy przedstawiony na fotografii – rys.2. Żarówka jest podłączona do regulowanego źródła napięcia zmiennego (wyjście AC) poprzez amperomierz (zakres 20A). Woltomierz (zakres 20V) łączymy równolegle do żarówki, a wyjście termopary Mollego do zacisków wejściowych wzmacniacza pomiarowego. Do pomiaru siły termoelektrycznej ε_t , termopary używamy woltomierza (zakres 2V lub 20V). Wybrać tryb pracy wzmacniacza LOW DRIFT ($10^4 \Omega$) ze stałą czasową 1s, współczynnik wzmocnienia 10^3 .
2. Przed pomiarem siły termoelektrycznej ε_t , przeprowadzić dokładne zerowanie. W tym celu należy usunąć na kilka minut żarówkę z ławy optycznej. Następnie wyzerować napięcie na wyjściu wzmacniacza przy pomocy odpowiedniego pokrętki. Po ponownym ustawieniu żarówki na ławie pomiary można prowadzić dopiero po osiągnięciu przez termoparę warunku równowagi (trwa to około 1min).
3. Umieścić termoparę w odległości 30 cm od żarówki (oś włókna żarówki powinna być prostopadła do ławy optycznej). Przy najmniejszym napięciu zasilającym żarówkę poruszamy termoparę w prawo i w lewo w celu ustawienia jej w położeniu, w którym ε_t jest największa.
4. Zmieniać wartości napięcia zasilającego żarówkę w zakresie od 1,5V do 6V co 0,5V. Dla każdej wartości napięcia odczytać natężenie prądu I oraz siłę termoelektryczną ε_t .
5. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli 2.

V. Tabele pomiarów

Tabela 1.

Lp	I [mA]	U [mV]	R(t _p) [Ω]	R(t _p) _{śr} [Ω]	R ₀ [Ω]
1					
2					
3					

Tabela 2.

Tabela 2.

Lp	U [V]	I [A]	R(t) [Ω]	ε_t [mV]	T [K]	log ε_t	log T	$a \pm \Delta a$
1								
2								

Ćwiczenie 6: Sprawdzenie prawa Stefana Boltzmana

3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

VI. Opracowanie wyników

1. Na podstawie prawa Ohma obliczyć oporności $R(t_p)$, $R(t)$ oraz wyznaczyć z wyrażenia (11) opór R_0 .
2. Obliczyć temperaturę bezwzględną T żarówki dla każdego pomiaru korzystając ze wzoru (12).
3. Obliczyć logarytmy temperatur $-\log T$ i logarytmy sił termoelektrycznych $-\log \varepsilon_t$. Wyniki obliczeń wpisać do tabeli.
4. Zgodnie z (9) zależność $\log \varepsilon_t = f(\log T)$ jest linią prostą o równaniu $y = ax + b$, gdzie $y = \log \varepsilon_t$, $x = \log T$.

Metodą regresji liniowej (program obliczeniowy regresja. exe) wyznaczyć parametry a i b oraz odchylenia standardowe σ_a i σ_b .

Jak wiadomo z (7) i (9) współczynnik kierunkowy prostej a jest wartością wykładnika potęgowego w prawie Stefana – Boltzmana.

5. Określić niepewność (błąd bezwzględny) z jak wyznaczono wykładnik potęgowy a .

$$\Delta a = \sigma_a$$

oraz błąd względny:

$$\delta_a = \left| \frac{\Delta a}{a} \right| \cdot 100\%$$

6. Sporządzić wykres zależności $\log \varepsilon_t = f(\log T)$ oraz nanieść prostą $y = ax + b$
7. Porównać uzyskaną wartość a z rzeczywistą wartością wykładnika potęgowego wynoszącą 4.

VII. Literatura

1. R. Eisberg, R. Resnick, Fizyka kwantowa atomów, cząsteczek, ciał stałych, jąder i cząstek elementarnych, PWN Warszawa 1983.
2. J. Massalski, M. Massalska, Fizyka dla inżynierów, cz.1, WN-T Warszawa 1973
3. S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. IV, Optyka, PWN Warszawa 1976
4. B.Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki ,t. III, PWN Warszawa 1974
5. Physics. Laboratory experiments. Katalog f-my PHYWE Systeme GmbH.

Ćwiczenie 6: Sprawdzenie prawa Stefana Boltzmana

6. J. Lech, Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej, Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2005.